ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Б. П. ЗЕЛЕНЦОВ
Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск

PRINCIPLES OF PROBABILITY THEORY

B. P. ZELENTSOV

The concept of probability is introduced by means of the following primary concepts: random event, trial, simple event and the space of simple events. The axiomatic, classical and statistical definitions of the probability of a random event are described. The operations with random events are discussed, along with the theorems of addition and multiplication of probabilities, and basic types of random events. These concepts are illustrated by simple and clear examples.

Понятие вероятности введено на основе исходных понятий случайного события, испытания, элементарного события и пространства элементарных событий. Приведены аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности события. Рассмотрены операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей, основные виды событий. Приведенные понятия иллюстрируются простыми наглядными примерами.

www.issep.rssi.ru

ВВЕДЕНИЕ. ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Как наука теория вероятностей зародилась в середине XVII века, в романтическое время королей и мушкетеров, прекрасных дам и благородных рыцарей. Вероятностные закономерности впервые были обнаружены в азартных играх, таких, как карты и кости, когда начали применять в них количественные подсчеты и прогнозирование шансов на успех. А зарождение теории вероятностей началось с того, что придворный французского короля, шевалье (кавалер) де Мере (1607–1648), сам азартный игрок, обратился к французскому физику, математику и философу Блезу Паскалю (1623–1662) с вопросами к задаче об очках. До нас дошли два знаменитых вопроса де Мере к Паскалю: 1) сколько раз надо бросить две игральные кости, чтобы случаев выпадения сразу двух шестерок было больше половины от общего числа бросаний; 2) как справедливо разделить поставленные на кон деньги, если игроки прекратили игру преждевременно? Паскаль обратился к математику Пьеру Ферма (1601–1665) и переписывался с ним по поводу этих задач. Они вдвоем установили некоторые исходные положения теории вероятностей, в частности пришли к понятию математического ожидания и теоремам сложения и умножения вероятностей.

Другим толчком для развития теории вероятностей послужило страховое дело, а именно с конца XVII века на научной основе стало производиться страхование от несчастных случаев и стихийных бедствий. В XVI–XVII веках во всех странах Западной Европы получило распространение страхование судов и страхование от пожара. В XVIII веке были созданы многочисленные страховые компании и лотереи в Италии, Фландрии, Нидерландах. Затем методы теории вероятностей стали широко применять в демографии, например при ведении статистики рождения и смерти.

Первооткрывателями теории вероятностей считаются французские ученые Б. Паскаль и П. Ферма и голландский ученый Х. Гюйгенс (1629–1695). Стала зарождаться новая наука, вырисовываться ее специфика и методология: определения, теоремы, методы. Становление теории вероятностей связано с именами известных математиков швейцарца Якоба Бернулли (1654–1705), француза Пьера Симона Лапласа (1749–1827), англичанина Абрахама Муавра (1667–1754) и др. Вклад в развитие теории вероятностей внесли русские и советские ученые П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, А.Н. Колмогоров и многие другие.

ИСХОДНЫЕ ПОНЯТИЯ

В теории вероятностей вводятся специфические понятия и строятся специфические математические модели. Исходными понятиями являются случайное событие и испытание.

Случайное событие (событие) – это явление, которое при одних и тех же условиях иногда происходит, иногда не происходит. Случайные события обозначают обычно прописными буквами A, B, C, ... или каким-либо иным удобным способом. **Испытанием** (опытом, экспериментом) называется осуществление этих определенных условий. Таким образом, каждое испытание приводит к заранее точно не предсказуемому результату, то есть его результат нельзя точно предсказать. И тем не менее случайное событие является результатом испытания. Случайные события и другие явления с неоднозначным исходом происходят и изучаются в природе, науке, технике, военном деле, производстве, экономике.

В теории вероятностей исторически сложились учебные модели, позволяющие производить испытания в уме, без проведения физического эксперимента. Такие испытания называют мысленными экспериментами (мысленным моделированием). В качестве мысленных экспериментов при изучении теории вероятностей повсеместно используются азартные игры и схема урн, так как они являются понятными и наглядными моделями для иллюстрации законов теории вероятностей. Они просты, в них нет наслоения других факторов, каждый мысленный эксперимент может быть воспроизведен многократно и в чистом виде.

Примеры некоторых испытаний и событий, используемых при мысленном моделировании, приведены в табл. 1.

Приведенные примеры не нуждаются в дополнительных пояснениях. Однако следует иметь в виду, что монета полагается правильной (симметричной, недеформированной, из однородного материала), игральная кость также правильная (симметричная, из однородного материала, центр тяжести совпадает с центром симметрии). Подбрасывание монеты, бросание кости, извлечение шара из урны или карты из колоды являются честными. В частности, шары в урне перемешаны и извлечение шара производится наудачу.

Таблица 1

	Испытание	События
1	Бросание монеты	Выпадение герба (Г) или цифры (Ц)
2	Бросание игральной кости	Выпадение цифры 1, 2, 3, 4, 5 или 6
3	Извлечение шара из урны с шарами разных цветов	Извлечение шара определенного цвета
4	Извлечение карты из колоды	Извлечение карты определенной масти, цвета или достоинства
5	Выстрел по цели	Попадание в цель (поражение цели), попадания нет (промах)

ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Известны несколько подходов к определению вероятности события. Наиболее строгим является аксиоматическое определение, введенное советским математиком А.Н. Колмогоровым. Оно базируется на теоретико-множественных понятиях. Первоначальными понятиями являются элементарное событие и пространство элементарных событий.

Элементарным называется случайное событие, которое не разделяется на другие, более мелкие события. **Пространством элементарных событий** называется множество всех элементарных событий, связанных с данным испытанием. Будем обозначать пространство элементарных событий через Ω, а сами события через ω_i, $i = 1, 2, 3, ..., n$, где i – номер события, n – число элементарных событий.

Рассмотрим несколько примеров.

1. При однократном подбрасывании монеты возможны два элементарных события: $\omega_1 = Г$, $\omega_2 = Ц$, которые образуют пространство элементарных событий $\Omega = \{Г, Ц\}$.

2. Двукратное подбрасывание монеты: пространство элементарных событий определяется комбинацией элементарных событий при первом и втором подбрасывании, то есть $\Omega = \{ГГ, ГЦ, ЦГ, ЦЦ\}$.

3. При бросании игральной кости пространство элементарных событий: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, где ω_k – выпадение грани с k очками.

Итак, мы рассматриваем конечное дискретное пространство элементарных событий $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$. На элементарных событиях определена некоторая числовая функция $p_i = f(\omega_i)$, называемая вероятностью элементарного события. Для этой функции приняты две аксиомы: 1) аксиома неотрицательности:

$$p_i \geq 0;$$

2) аксиома нормированности:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Случайное событие А определяется как любое подмножество множества Ω: случайное событие А наступит тогда, когда наступит одно из элементарных событий этого подмножества. Эти элементарные события называются событиями, благоприятствующими данному случайному событию. Говорят также, что элементарное событие ω_k благоприятствует событию А или является благоприятствующим событию А.

Примеры случайных событий.

1. Выпадение хотя бы одного герба при двух бросаниях монеты (событие А) определяется следующим подмножеством: А = {ГГ, ГЦ, ЦГ}.

2. Выпадение четного или нечетного числа при бросании игральной кости задается следующими подмножествами: ЧЕТ = $\{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$; НЕЧ = $\{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$.

Вероятностью события А на множестве Ω называется сумма вероятностей элементарных событий, благоприятствующих событию А:

$$p(\mathrm{A}) = \sum_{\omega_i \in \mathrm{A}} p_i.$$

Для обозначения вероятности чаще всего используется буква p (от англ. probability).

Другие подходы к определению вероятности события основаны на классическом и статистическом определении.

Классическое определение вероятности события исторически появилось первым. **Равновозможными** называются такие случайные события, у которых шансы (возможности) на появление равны по условиям испытания. Пусть $\Omega = \{\omega_i\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, где ω_i – равновозможные элементарные события, n – число этих событий. Очевидно, что вероятности равновозможных событий $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1/n$. Пусть событие А есть некоторое подмножество множества Ω: $\mathrm{A} = \{\omega_k\}$, где ω_k – элементарное событие, благоприятствующее событию А. Пусть m – число равновозможных элементарных событий, благоприятствующих событию А. **Вероятностью события** А называется число, равное отношению m/n, или

$$p(\mathrm{A}) = \frac{m}{n}.$$

Следующие примеры дают представление о подсчете вероятности события на основе классического определения.

Пример 1. Из колоды с 36 перемешанными картами наудачу извлекается одна карта. Извлечение каждой карты из 36 является равновозможным событием. Поэтому вероятность извлечения “короля” составляет 4/36 = 1/9, карты выбранной масти – 9/36 = 1/4, карты выбранного цвета – 18/36 = 1/2.

Пример 2. Бросают две игральные кости. Требуется найти вероятность того, что сумма очков делится на 5. Возможные суммы очков, делящиеся на 5, равны 5 и 10. Событию “сумма очков равна 5” благоприятствуют события (1; 4), (2; 3), (3; 2), (4; 1), а событию “сумма очков равна 10” – события (4; 6), (5; 5), (6; 4). Таким образом, число благоприятствующих исходов равно 7, общее число равновозможных исходов – 6 · 6 = 36, поэтому вероятность события “сумма очков делится на 5” будет 7/36.

Пример 3. Вероятность извлечения белого шара (событие Б) из урны, содержащей три черных и четыре белых шара: p(Б) = 4/7.

Пример 4. Вероятность выпадения хотя бы одного герба при двукратном бросании монеты (событие А) будет p(А) = 3/4, так как три равновозможных события из четырех благоприятствуют событию А (см. приведенные примеры).

Известно также статистическое определение вероятности события. Практика показывает, что массовые случайные явления обладают свойством устойчивости частоты их появления – отношения числа появлений случайного события к числу испытаний. Примером может служить выпадение герба или цифры при бросании монеты, которое является простым и наглядным испытанием. Практика человека говорит о том, что при большом числе бросаний примерно в 50% испытаний выпадет герб, а в 50% – цифра. А это уже определенная закономерность. Здесь нас интересует не результат отдельного подбрасывания, а то, что получится после многократных подбрасываний. Этот простой эксперимент может служить моделью для решения других задач. Устойчивость частоты случайного события – это объективное свойство массовых случайных событий реального мира. Отсутствие устойчивости частоты в сериях испытаний свидетельствует о том, что условия испытаний изменяются. **Вероятность события** представляет собой число, к которому стремится его частота при неограниченном увеличении числа испытаний.

Вероятность отражает специфический тип связей между явлениями. Категория вероятности лежит в основе особого класса закономерностей, называемых вероятностными (стохастическими, статистическими).

Особенность случайного события заключается в том, что его нельзя заранее предсказать в каждом испытании. Однако теория вероятностей утверждает, что в определенных условиях случайные события имеют определенные вероятности их наступления. Вероятность события есть количественная мера объективной возможности появления (осуществимости) случайного события в испытании. Чем больше вероятность, тем чаще появляется событие в испытании. Очевидно, что для любого случайного события А $0 \le p(\text{А}) \le 1$.

ОПЕРАЦИИ НАД СОБЫТИЯМИ

Поскольку случайное событие есть некоторое подмножество элементарных событий, то операции над событиями сводятся к операциям над множествами. В результате каждой операции получают новое событие.

Суммой (объединением) двух событий А и В называется третье событие С, заключающееся в том, что произойдет хотя бы одно из них, то есть произойдет: 1) или только А, 2) или только В, 3) или оба вместе. Обозначение суммы: $\text{А} + \text{В} = \text{С}$ или $\text{А} \cup \text{В} = \text{С}$. Смысл суммы: событие $\text{А} + \text{В}$ состоит из всех элементарных событий, принадлежащих событию А или В.

Произведением (пересечением) двух событий А и В называется третье событие С, состоящее в совместном наступлении событий А и В. Обозначение произведения событий: $\text{АВ} = \text{С}$, $\text{А} \times \text{В} = \text{С}$ или $\text{А} \cap \text{В} = \text{С}$. Смысл произведения заключается в том, что событие АВ состоит из элементарных событий, принадлежащих одновременно событию А и В.

Понятия суммы и произведения можно обобщать на несколько событий.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

К числу основных теорем теории вероятностей относятся теорема сложения и теорема умножения вероятностей.

Теорема сложения вероятностей. *Вероятность появления хотя бы одного из двух событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их совместного появления*:

$$p(\text{А} + \text{В}) = p(\text{А}) + p(\text{В}) - p(\text{АВ}).$$

В качестве примера можно привести вычисление вероятности выпадения хотя бы одного герба при бросании двух монет (см. предыдущий пример):

$$p(\Gamma_1 + \Gamma_2) = p(\Gamma_1) + p(\Gamma_2) - p(\Gamma_1\Gamma_2) = \\ = 0{,}5 + 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}75.$$

Для понимания теоремы умножения вероятностей требуется усвоить понятие **условной вероятности** события А при условии, что событие В произошло: $p(\text{А}|\text{В})$.

Рассмотрим пример. Пусть в урне находятся три черных и четыре белых шара. Вероятность извлечения белого шара $p(\text{Б}) = 4/7$. Вероятность извлечения белого шара при условии, что до этого был извлечен черный шар и не возвращен в урну: $p(\text{Б}|\text{Ч}) = 4/6 = 2/3$. Вероятность извлечения белого шара при условии, что до этого был извлечен белый шар и не возвращен в урну: $p(\text{Б}|\text{Б}) = 3/6 = 1/2$. Видно, что вероятность извлечения белого шара (событие Б) зависит от условия, которое предшествовало испытанию.

Теорема умножения вероятностей. *Вероятность произведения (совместного появления) двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло*:

$$p(\text{АВ}) = p(\text{А}) \cdot p(\text{В}|\text{А}) = p(\text{В}) \cdot p(\text{А}|\text{В}).$$

Пример. В урне находятся три белых и семь черных шаров. Последовательно вынимают два шара (без возвращения). Найти вероятность того, что оба окажутся белыми. Вычисление этой вероятности основано на теореме умножения вероятностей:

$$p(\text{Б}_1\text{Б}_2) = p(\text{Б}_1) \cdot p(\text{Б}_2|\text{Б}_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}.$$

Теоремы теории вероятностей позволяют вычислять вероятности одних случайных событий по вероятностям других случайных событий, связанных с первыми определенными закономерностями. При этом над событиями производятся операции сложения и умножения, а вероятность результата определяется по соответствующим теоремам. На применении этих теорем основано решение большинства задач теории вероятностей. Значение их для практики велико: они позволяют свести к минимуму дорогостоящие эксперименты и даже избежать их. Особенно это актуально, когда прямой подсчет вероятностей не всегда целесообразен и даже не всегда возможен. Например, вероятность поражения самолета в воздушном бою не поддается непосредственному подсчету. Однако ее можно оценить с помощью теорем теории вероятностей. Поэтому при решении различных задач применяют не прямые, а косвенные методы подсчета вероятностей.

ВИДЫ СОБЫТИЙ

В теории вероятностей используется своеобразная классификация случайных событий.

События бывают достоверные и невозможные. **Достоверным** называется событие, которое обязательно происходит в результате испытания. **Невозможным** называется событие, которое не может произойти в результате данного испытания. Достоверное событие наступает при наступлении любого элементарного события ω_i. Поэтому достоверное событие есть все пространство элементарных событий Ω, а невозможное событие (символ $\varnothing$) есть пустое множество, не содержащее ни одного элементарного события. Если А – достоверное событие, то $p(\text{А}) = 1$; если В – невозможное событие, то $p(\text{В}) = 0$. Таким образом, достоверное и невозможное события являются предельными случаями случайных событий. Обычно говорят, что такие события являются неслучайными, или детерминированными событиями.

Пример. Имеется урна только с черными шарами. Вынимают один шар. Событие “извлечение черного шара” является достоверным, а “извлечение белого шара” – невозможным.

События могут быть совместными и несовместными. **Совместными** называют два или более событий, которые могут произойти вместе (одновременно) в данном испытании, а **несовместными** – события, которые не могут произойти вместе (одновременно) в одном и том же испытании. Наступление одного из совместных событий не исключает появления другого, а наступление одного из несовместных событий исключает появление другого.

Если события А и В являются несовместными, то $AB = \phi$ и $p(AB) = 0$ и теорема сложения вероятностей для них упрощается: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Примеры. 1. При бросании игральной кости события “2” и “четное число” являются совместными.

2. При однократном бросании монеты события Г и Ц являются несовместными.

3. Вероятность извлечения черного или белого шара из урны, содержащей три черных, четыре белых и три красных шара, будет

$$p(\text{Б} + \text{Ч}) = p(\text{Б}) + p(\text{Ч}) = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10},$$

поскольку события Ч и Б несовместны.

Примечание. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий иногда формулируется как третья аксиома теории вероятностей.

События могут быть зависимыми и независимыми. События А и В являются **независимыми**, если условная вероятность каждого из них равна безусловной вероятности, то есть если $p(A|B) = p(A)$. Если же $p(A|B) \neq p(A)$, то события являются **зависимыми**.

Смысл независимости случайных событий заключается в том, что вероятность появления одного события не зависит от того, произошло или не произошло другое событие. Независимые события являются результатом не связанных между собой испытаний. А для зависимых событий вероятность появления одного события зависит от того, произошло или не произошло другое событие.

Для независимых событий теорема умножения вероятностей приобретает вид $p(AB) = p(A) \cdot p(B)$.

Пример. Из урны с тремя белыми и семью черными шарами последовательно извлекают два шара. Если первый вынутый шар не возвращают в урну, то события Б_1 и Б_2 зависимые; в случае возвращения в урну первого вынутого шара события Б_1 и Б_2 будут независимыми.

Полной группой событий называется совокупность попарно несовместных событий в данном испытании, если в этом испытании одно из них обязательно происходит. События полной группы принято называть исходами или элементарными событиями, а все события – множеством исходов (множеством элементарных событий, пространством элементарных событий). Очевидно, что для одного и того же испытания можно составить разные полные группы событий. Однако в любом случае объединение возможных исходов полной группы событий является достоверным событием.

Пример. При бросании игральной кости события 1, 2, 3, 4, 5, 6 образуют полную группу событий; события “четное число” и “нечетное число” также образуют полную группу событий.

Противоположными называют два события, если они несовместны и образуют полную группу событий. Событие, противоположное событию А, обозначают $\bar{A}$ (не А). Если в испытании происходит событие А, то не происходит $\bar{A}$, и наоборот, если происходит событие $\bar{A}$, то не происходит А.

Частным случаем противоположных событий являются достоверное и невозможное события. Если А – достоверное событие, то $\bar{A}$ – невозможное; если А – невозможное событие, то $\bar{A}$ – достоверное.

Примеры. 1. События Г и Ц – противоположные события при однократном подбрасывании монеты.

2. События 1 и 2 при бросании игральной кости не являются противоположными, так как не образуют полную группу событий.

Теоремы сложения и умножения вероятностей для противоположных событий имеют вид

$$p(A + \bar{A}) = p(A) + p(\bar{A}) = 1, \qquad p(A\bar{A}) = 0.$$

Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение теорем сложения и умножения вероятностей. Проводится испытание, заключающееся в том, что производятся три последовательных выстрела по цели с пристрелкой. Если происходит поражение цели, то стрельба прекращается, если же имеет место промах, то вероятность поражения при каждом следующем выстреле повышается. Вероятности поражения цели при первом, втором и третьем выстрелах соответственно равны 0,4; 0,6 и 0,8. Требуется вычислить вероятность поражения цели и вероятность промаха в данном испытании.

Используем обозначения: A_i – поражение цели при i-м выстреле, $\bar{A}_i$ – промах при i-м выстреле, А – поражение цели в испытании, $\bar{A}$ – промах в испытании.

Вероятность поражения цели при первом выстреле является безусловной вероятностью события A_1: $p(A_1) = 0{,}4$. Остальные приведенные вероятности являются условными: $p(A_2|\bar{A}_1) = 0{,}6$, $p(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2) = 0{,}8$. Вероятности промахов при тех же условиях определяются через вероятности противоположных событий:

$$p(\bar{A}_1) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6; \qquad p(\bar{A}_2|\bar{A}_1) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4;$$
$$p(\bar{A}_3|\bar{A}_1\bar{A}_2) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$$

Событие A является суммой трех несовместных событий: $A = A_1 + A_2\bar{A}_1 + A_3\bar{A}_1\bar{A}_2$. Поэтому $p(A) = p(A_1) + p(A_2\bar{A}_1) + p(A_3\bar{A}_1\bar{A}_2)$.

Вероятность первого события дана, а вероятности второго и третьего событий определяются по теореме умножения вероятностей:

$$p(A_2\bar{A}_1) = p(\bar{A}_1) \cdot p(A_2|\bar{A}_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36;$$
$$p(A_3\bar{A}_1\bar{A}_2) = p(\bar{A}_1) \cdot p(\bar{A}_2|\bar{A}_1) \cdot p(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2) =$$
$$= 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}192.$$

Итак, вероятность поражения цели

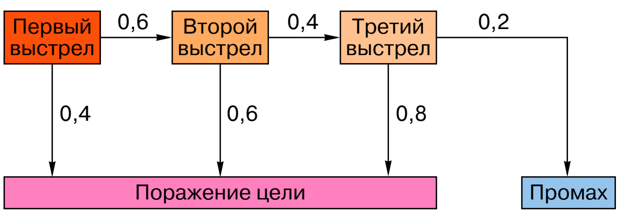
$$p(A) = 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}952.$$

Промах по цели является результатом трех промахов в испытании, то есть все три промаха имеют место в испытании, поэтому $\bar{A} = \bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3$. По теореме умножения вероятностей

$$p(\bar{A}) = p(\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3) = p(\bar{A}_1) \cdot p(\bar{A}_2|\bar{A}_1) \cdot p(\bar{A}_3|\bar{A}_1\bar{A}_2) =$$
$$= 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}048.$$

Видно, что сумма вероятностей противоположных событий A и $\bar{A}$ равна 1.

Приведенное решение задачи может быть проиллюстрировано диаграммой, на которой показана последовательность событий “первый выстрел”, “второй выстрел”, “третий выстрел”, поражения и промахи при этих выстрелах, а также образование событий “поражение цели” и “промах”:



ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Многие задачи науки, техники и повседневной жизни можно решать двумя путями: полагаясь на свой рассудок и здравый смысл или на строгой математической основе. Модели, основанные на теории вероятностей, позволяют обоснованно анализировать и прогнозировать изучаемые события, явления, процессы. При этом разнообразные события подчиняются одним и тем же вероятностным закономерностям. Поэтому теория вероятностей применяется во всех современных естественных науках. На основе теории вероятностей построены научные теории статистической физики, квантовой механики, теории эволюции, генетики, теории информации, исследования операций и др. На языке теории вероятностей формулируются существенные, объективные связи, изучаемые в научных теориях.

Вероятностно-статистические методы играют важную роль в практической деятельности. Это контроль качества продукции, техническая диагностика оборудования, технология производства, обеспечение надежности оборудования, организация массового обслуживания, военное дело (стрельба, бомбометание, тактика, теория боеприпасов), получение достоверных результатов измерений, астрономические наблюдения и многое другое.

Термин “теория вероятностей” применяется в узком и широком смыслах: в узком смысле это изучение вероятностных закономерностей случайных событий и случайных величин, а в широком смысле это изучение вероятностных закономерностей других явлений. Теория вероятностей как наука в широком смысле содержит разделы математической статистики, случайных процессов и др.

От теории вероятностей отпочковались и оформились в самостоятельные математические научные дисциплины:

1) **теория информации**, предметом которой являются закономерности, связанные с получением, передачей, хранением и преобразованием информации; случайным событием является сообщение – совокупность знаков, содержащих определенную информацию;

2) **теория массового обслуживания**, изучающая закономерности систем для удовлетворения массового спроса в определенном виде потребностей; основным понятием является требование (вызов, заявка и др.) – случайное событие, наступление которого вызывает необходимость в его обслуживании, например вызов скорой помощи требует выезда к больному;

3) **теория надежности**, занимающаяся методами обеспечения работы различных объектов в процессе их эксплуатации; в основе этой теории лежит понятие “отказ” – случайное событие, заключающееся в утрате работоспособности.

Следует отметить, что методы теории вероятностей не противопоставляют себя методам, основанным на применении аппарата математического анализа, а дополняют эти методы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что подавляющее большинство природных и рукотворных явлений, а также явлений повседневной жизни содержат в себе элементы случайности. Окружающий нас мир насыщен случайными событиями: номера выигравших билетов в лотереях, результаты спортивных состязаний, состояние погоды, количество солнечных дней в течение года, ... Удачное обобщение сделал доктор философских наук Леонид Ионин: “Биография человека определяется тысячью случайностей: случайностью времени и места рождения, случайностью родителей, случайностью школы, вуза, профессии, места работы. Выбор профессии всегда случаен ... тысячи случайностей определяют течение жизни” (Оправдает ли частник авансы? // Неделя. 1987. № 42. С. 7).

Знание закономерностей, которым подчиняются случайные явления, позволяет предвидеть, как эти явления будут протекать. Теория вероятностей не ставит перед собой задачу предсказать, произойдет или не произойдет некоторое событие. Однако если данное событие многократно наблюдается (или повторяется), то оно подчиняется определенным закономерностям, а именно **вероятностным закономерностям**. Установлением этих закономерностей и занимается теория вероятностей.

Существует множество точек зрения по любому философскому вопросу, связанному с понятием вероятности: что такое вероятность, каково отношение вероятности к действительности, какова роль вероятности в познании, в каком отношении находятся детерминированность и случайность. В частности, в объективистском подходе к понятию вероятности оно применимо только к массовым явлениям, которые могут быть многократно повторены, и неприменимо к уникальным явлениям, так как здесь невозможно большое количество наблюдений, например авария на АЭС. При персоналистическом подходе вероятность рассматривается как мера личного доверия к какому-либо утверждению, например “сегодня будет дождь”. Исходя из одних и тех же факторов различные индивидуумы могут высказывать различные степени доверия к данному утверждению. Поэтому их персональные вероятности какого-либо события могут быть различными. Персоналист может высказывать свои личные суждения об уникальных событиях.

Итак, в теории вероятностей изучаются реально существующие независимо от нашего сознания законы случайных явлений. Теория вероятностей предлагает математический аппарат для описания этих законов. Этот математический аппарат является таким же логически строгим и точным, как и математический аппарат в других разделах математики. Рассмотренные понятия позволяют дать следующее определение теории вероятностей: **теория вероятностей** — это математическая наука, изучающая закономерности случайных событий и других случайных явлений.

Как популярная литература, так и литература по теоретическим и прикладным вопросам теории вероятностей настолько обширна, что автор не решился отдать предпочтение какому-нибудь автору. Такая литература доступна во всех регионах России.

Рецензент статьи Ю.П. Соловьев

* * *

Борис Павлович Зеленцов, доктор технических наук, профессор Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Читает курс высшей математики, в том числе на английском и немецком языках. Область научных интересов – математическое моделирование сложных вероятностных систем. Автор около 200 научных публикаций, изобретений и учебных пособий, в том числе трех монографий.